PROGRAMM: ZUM SCHLUSSE DES STUDIENJAHRES 1842/43 (1843)

Königliches Lyceum (Dillingen, Donau)

Beiträge

zu einer

mathematisch-physikalischen Topographie

von

Dilingen.

Programm

zum Schlusse des Studienjahres 1842/43

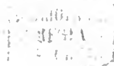
von

Dr. Franz Xaver Pollak,

Professor der Mathematik und Naturgeschichte am königl. Lyceum zu Dilingen.

Dilingen, 1843.

Gedruckt in der Buchdruckerei von Carl Kränzle.



Vorerinnerung.

Ueber jeden Punkt, über jeden Ort der Erdoberfläche läßt sich in mehrfacher Beziehung eine Beschreibung liefern. Der Geschichts- und Alterthumsforscher geht von einem andern Gesichtspunkte aus, als der Arzt, als der Forstmann, als der Techniker, als der Agronom; wieder anders geht der Naturforscher, der Mathematiker oder Geograph zu Werke u. dgl. — Indem ich einige Resultate von den Berechnungen, Beobachtungen und Erfahrungen, welche ich während meines Hierseins auf dem Standpunkte des Mathematikers und Naturforschers überhaupt gemacht und gesammelt habe, hier mittheile, dürften dieselben vielleicht nicht unwillkommene, und für eine Gesammt-Topographie von Dilingen nicht ganz unwichtige Beiträge bilden.

In mathematischer Beziehung wurde Dilingen als ein Punkt der Erdoberfläche betrachtet, und derselbe in die Mitte des Thurmes vom hiesigen k. Schlosse verlegt, weßwegen die angestellten Berechnungen, strenge genommen, nur auf diesen zu beziehen sind.

Als bekannt oder gegeben wurde angenommen, daß dieser Punkt (vergl. das Jahrbuch der königl. Sternwarte bei München 1841 von Dr. J. Lamant) unter 48° 34′ 35″ geographischer Breite und 28° 9′ 30″ geographischer Länge von Ferro sich befinde *), daß der halbe Durchmesser des irdischen Aequators (a) 3271952 und die halbe Erdaxe (b) 3260634 Toisen betrage.

Die meisten Formeln, welche bei den Berechnungen anzuwenden waren, sind aus Dr. Eduard Schmidt's mathematischer Geographie, oder aus den einschlägigen Artikeln des Gehler'schen physikalischen Wörterbuches entnommen.

---

*) Ritter von Amman gibt an: Hofthurm 48° 34′ 28″ Breite und 28° 9′ 12″ Länge; Observatorium der ehemaligen Universität 48° 34′ 34″ Breite und 28° 9′ 0″ Länge; östlicher Wasserthurm 48° 34′ 36″ Breite und 28° 9′ 24″ Länge.

Wenn auch andere Punkte der Erdoberfläche hie und da zur Sprache kamen, so geschah dieses nur vergleichungsweise und des bessern Verständnisses wegen.

Ich glaube kaum bemerken zu dürfen, daß die Resultate, welche die Temperatur u. dgl. betreffen, der Wirklichkeit nicht ganz adäquat sein können, da in diesem rein mathematischen Theile der Topographie außer der geographischen Lage und der Bewegung der Erde um die Sonne alle weitern, oft bedeutenden Einflüsse unberücksichtigt bleiben und auf den zweiten Theil der Topographie verspart werden mußten.

Wider Vermuthen hat diese zweite, vielleicht interessantere Abtheilung, in welcher die physikalisch-meteorologische Beschaffenheit von Dilingen (die absolute Höhe über dem Meere und die relative über dem Donauspiegel, die jährlichen, monatlichen, täglichen, ja stündlichen Barometer- und Thermometerstände, die Richtung und Beschaffenheit der Winde, die Anzahl der heitern, trüben, nebligen und regnerischen Tage, so wie der Gewitter; ferner die Menge des Regen- und Schneewassers, Temperatur, Reichhaltigkeit und Analyse des Quellwassers in und um Dilingen, Gefäll, Geschwindigkeit und Wassermenge des Donaustroms, sammt der allgemeinen Beschaffenheit des Klima, des Gesundheitszustandes u. s. w.) ausführlich und nach sichern Belegen betrachtet werden soll, in diesen Blättern nicht mehr Raum gefunden: dieselbe wird daher bei einer andern Gelegenheit — vielleicht bald — nachgetragen werden. Es ist auch nicht unwahrscheinlich, daß selbst noch ein dritter Theil, die hiesige Flora betreffend, nachfolgen wird, da bereits 700 verschiedene phanerogamische Pflanzenarten in der hiesigen Umgegend von dem Verfasser aufgefunden worden sind.

Indem ich allen Denjenigen, welche durch die Mittheilungen ihrer eigenen Beobachtungen bisher mich unterstützt haben, den verbindlichsten Dank erstatte, kann ich nicht umhin, die Bitte, ihre fernere Bereitwilligkeit ansprechen zu dürfen, im Interesse dieser Sache zu erneuern.

Mathematische Topographie.

1. Geographische Lage. Dilingen liegt auf der nördlichen Erdhälfte, in der gemäßigten Zone, unter 48° 34′ 35″ geographischer Breite und 28° 9′ 30″ geographischer östlicher Länge von Ferro; mithin 8° 9′ 30″ östlicher als die Pariser- und 10° 29′ 45″ östlicher als die Greenwicher-Sternwarte; ist ferner 41° 25′ 25″ von dem Nordpole und 138° 34′ 35″ von dem Südpole der Erde entfernt.

Gleiche geographische Breite mit Dilingen, also auch gleiche Tageslängen und Jahreszeiten, aber verschiedene Tagesstunden haben alle Orte, welche unter dem dieser Breite zukommenden Parallelkreise sich befinden. Zu diesen gehören (annäherungsweise) Straßburg, Pöttmes, Passau, Nowomoskowsk und Bachmut in Europa, Sarepta in Asien und das Cap Flattery in Nordamerika. — In diesem Parallelkreise und zwar um 180 Längengrade west- oder ostwärts von Dilingen entfernt, d. i. unter 208° 9′ 30″ östlicher Länge, befinden sich die Nebenwohner (Perioeci) von Dilingen. Es fällt dieser Punkt in den großen Ocean, südlich von der Andreanow'schen Insel Umnak.

Gleiche geographische Länge mit Dilingen, also auch gleiche Tageszeiten, aber verschiedene Tageslängen, haben jene Orte, welche unter dem der Länge von Dilingen zukommenden Meridian liegen. Dazu kann man etwa rechnen: Lüneburg, Nördlingen und Mindelheim in Europa, Sfar, Gadames und Sette in Afrika. — Unter eben diesem Meridian und bei gleicher, aber südlicher geographischer Breite, also um 97,1528 Meridiangrade südwärts, befinden sich die Gegenwohner (Antoeci) von Dilingen. Dieser Punkt liegt im stillen Meere, südlich von Afrika. — Endlich trifft man in demselben Meridian, 180 Meridiangrade über den Nord- oder Südpol hinweggezählt, bei 48° 34′ 35″ südlicher Breite die Antipoden (Antipodes) von Dilingen. Dieser Antipodenpunkt befindet sich im stillen Meere, südöstlich von den Cornwallis-Inseln.

2. Gradlänge im Parallelkreise. Nimmt man den Umfang der Erdkugel am Aequator zu 5400 geogr. Meilen, so treffen daselbst auf einen Grad 15 geogr. Meilen. Hiernach hält jeder Grad des Parallelkreises, in welchem Dilingen sich befindet, $15 \times \cos 48° 34′ 35″ = 9{,}9243$ geogr. Meilen. —

Die geogr. Länge jenes Ortes in unserm Parallelkreise, welcher von uns 9,9243 geogr. Meilen entfernt liegt, muß also um einen Grad von der unsrigen verschieden sein, — und umgekehrt. Die ganze Peripherie unseres Parallelkreises hält ferner $360 \times 9{,}9243 = 3572{,}748$ geogr. Meilen; d. h. so viele Meilen hätte derjenige, welcher auf dem kürzesten Wege von hier aus eine Reise um die Erde machen wollte, zurückzulegen. Eben so müßten jene, welche von hier aus auf der Erde ohne Umweg zu den Neben-, zu den Gegenwohnern, oder zu den Antipoden gelangen wollten, im ersten Falle $180 \times 9{,}9243 = 1786{,}374$, im zweiten

97,1528 × 15 = 1457,292 und im letzten Falle 2700 geogr. Meilen zurücklegen. Ferner hätten diese um eben so auf dem kürzesten Wege zum ersten Meridiane, welcher an der Insel Ferro vorbeigeht, oder zu dem Aequator zu kommen, dort 279,448 und hier 728,64 geogr. Meilen zu machen. Den letztern Weg legen jährlich mehrere Schwalben, welche nämlich ihre Wanderung bis in die Nähe des Aequators ausdehnen, zweimal zurück.

3. Gradlänge im Meridian. Wäre die Erde eine mathematische Kugel, so würde auch der Umfang unseres Meridians 5400 und jeder Meridiangrad 15 geogr. Meilen lang sein; da aber die Erdaxe oder der Meridian-Durchmesser kleiner als der Aequator-Durchmesser ist, so nimmt die Krümmung der Erdoberfläche in dem Grade ab, als man sich vom Aequator entfernt. Je stärker die Krümmung der Oberfläche einer Kugel ist, desto kleiner ist ihr Durchmesser, desto kleiner ihr Umfang, desto kleiner ein Grad ihres Umfanges, — und umgekehrt. Für unsere geographische Breite ist sonach ein Meridiangrad länger als für eine geringere Breite.

Nimmt man $\frac{1}{289,1}$ für die Größe der Abplattung, wie sie sich aus Pendel-Beobachtungen ergibt, so beträgt die Länge eines Meridiangrades am Aequator 56712 Toisen (1 Tois. = 6 Pariser-Fuß = 6,678 bayer. Fuß), und folglich die Gradlänge (G) im Meridian bei unserer Breite (φ):

$$G = 56712 \left(1 + \frac{3}{2} e^2 \sin^2 \varphi + \frac{15}{8} e^4 \sin^4 \varphi \ldots\right) = 57043,92 \text{ Toisen},$$

wo $e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$ gesetzt ist.

Eine Meile ist also für die Länge dieses Grades = 3802,93 Toisen = 22817,58 Pariser-Fuß, mithin hier um 331,92 Toisen länger als am Aequator. Würde die Erde nach der Krümmung, welche die Oberfläche bei uns hat, kugelförmig gedrechselt sein, so betrüge ihr Umfang 360 × 57043,92 oder 20535811,2 Toisen.

Der Bogen einer Meridiansekunde ist demnach bei uns $\frac{342263,52}{3600} = 95,0765$ Par.- oder 105,8201 bayer. Fuß lang. Daraus geht hervor, daß demjenigen, welcher um 105,8201 bayer. Fuß nördlich oder südlich vom Schloßthurme wohnt, der Polarstern, sowie jeder andere Fixstern um eine Sekunde im Bogen höher oder niederer erscheint. Die Polhöhe oder, was dasselbe ist, die geographische Breite ändert sich also hier bei je 105,8201 bayer. Fuß Entfernung im Meridian um eine Sekunde.

Da ferner der Winkel, welchen eine Tangente mit einer Sehne oder einem sehr kleinen Kreisbogen macht, halb so groß ist, als jener Mittelpunktswinkel, welcher auf diesem Bogen steht, so sinkt bei je 105,82 F. Entfernung die Horizontalfläche um eine halbe Sekunde. Diese Depression muß bei feinen geodätischen Messungen, z. B. bei genauen, etwas weit ausgedehnten Nivellirungen berücksichtigt werden.

Auf ähnliche Weise ergibt sich die Länge des Bogens von einer Sekunde im Parallelkreise = $\frac{9,9243}{3600}$ = 0,0027567 geogr. Meilen, oder, wenn man die Meile zu 22817,58 P.-Fuß nimmt, = 62,9012 P.-F. — Nun geben 15 Sekunden im Bogen bei der Bewegung der Erde um ihre Achse eine Sekunde Zeit, daher hat jeder Punkt, welcher um 15 × 62,9 = 943,518 Pariser-, oder um 1050,36 bayer. Fuß von dem Schloßthurme nach dem Ost- oder Westpunkte zu entfernt ist, um eine Zeitsekunde früher oder später Mittag, und seine geographische Länge beträgt 15 Sekunden mehr oder weniger, als die des Schloßthurmes.

Aus dieser Ursache können in großen Städten, deren Ausdehnung von Osten nach Westen von Bedeutung ist, Thurmuhren, auch wenn sie nach mittlerer Zeit gerichtet werden, nie vollkommen übereinstimmen. Bei Städten von geringer Ausdehnung der Art ist diese Abweichung nur ganz unbedeutend. So z. B. müßte bei uns die Uhr auf dem Jesuitenthurme um 0,8 Sek. später, die Uhr auf dem Mittelthorthurme um 0,3 Sek. und die auf dem Spitalkirchthurme um 0,6 Sek. früher als die Uhr auf dem Schlußthurme gehen, wenn jede genau mittlere Zeit einhielte.

4. Geocentrische Breite. Verschieden von der geographischen Breite eines Ortes ist die geocentrische, indem jene den Winkel bezeichnet, welchen die Falllinie mit der Ebene des Parallelkreises eines bestimmten Beobachtungsortes bildet, während unter dieser jener Winkel verstanden wird, welchen der Radius-Vektor oder die vom Mittelpunkte der Erde, d. i. aus der Mitte der Erdaxe, nach einem Beobachtungsorte gezogene Gerade mit der Ebene des Aequators macht. — Wäre die Erde eine vollständige Kugel, so würden beide Winkel einander gleich sein: da nun dieß nicht der Fall ist, so muß bei der jetzigen Gestalt der Erde die geocentrische Breite stets kleiner als die geographische sein. — Man findet aus dem bekannten Radius des Aequators (a), der halben Erdaxe (b) und aus der geographischen Breite oder Polhöhe (φ) von Dilingen die geocentrische (φ') aus der Formel:

$$\text{tang } \varphi' = \frac{b^2}{a^2} \text{ tang } \varphi = 48^\circ\ 22'\ 45''.$$

5. Radius-Vektor. Suchen wir nun jenen Radius-Vektor oder die gerade Linie, welche den Mittelpunkt der Erde mit dem Mittelpunkte der Basis unseres Schloßthurmes verbindet, so finden wir dessen Länge (r) aus dem Halbmesser des Aequators (a), aus der Polhöhe (φ) und der Abplattung $\alpha = \frac{1}{289,1}$ durch die Formel:

$$r = a\ (1 - \frac{1}{2}\ \alpha + \frac{5}{16}\ \alpha^2 + \frac{1}{2}\ \alpha \cos 2\ \varphi - \frac{5}{16}\ \alpha^2 \cos 4\ \varphi \ldots)$$

$r = 3265612{,}2658$ Toisen $= 858{,}9$ geogr. Meilen.

6. Krümmungs-Halbmesser. Schon in Nro. 3 wurde bemerkt, daß die Erdoberfläche gegen die Pole zu abgeplattet oder minder gekrümmt sei, als gegen den Aequator zu, sowie daß minder gekrümmte Bögen Kreisen von größern Halbmessern angehören. Wir wollen nun für unsere Polhöhe den Radius jenes Kreises suchen, welcher ganz dieselbe Krümmung, wie der Meridian unter unsrer Breite hat; man nennt diesen Halbmesser deßwegen den Krümmungshalbmesser (R) eines bestimmten Punktes, und berechnet ihn durch die Formeln

$$R = \frac{b^2}{a(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1,5}}, \text{ oder } R = a\ (1 - \frac{1}{2}\ \alpha + \frac{1}{16}\ \alpha^2 - \frac{3}{2}\ \alpha \cos 2\ \varphi + \frac{15}{16}\ \alpha^2 \cos 4\ \varphi \ldots).$$

Man findet dort $R = 3268368{,}3$ und hier $R = 3268369{,}8$ Toisen $= 859{,}6$ geogr. Meilen.

7. Radius des Parallelkreises. Man nennt den Abstand irgend eines Punktes der Erdoberfläche von der Erdaxe den Halbmesser des Parallelkreises dieses Punktes. Für unsere Breite (φ) ergibt sich die Länge (ϱ) dieses Halbmessers oder die Entfernung der Basis des Schloßthurmes von der Erdaxe aus der Formel

$\varrho = r \cos \varphi = 2160595{,}4$ Toisen $= 568{,}2$ geogr. Meilen,

oder genauer $\varrho = r \cos \varphi' = 2169011{,}6$ Toisen $= 570{,}4$ geogr. Meilen.

Der Umfang unseres Parallelkreises hat sonach eine Länge von 13628300 Toisen, mithin hält ein Parallelgrad 37856 Toisen, — etwas mehr als in Nro. 2. Innerhalb 24 Stunden oder einer Erdrotation muß also jeder Punkt dieses Parallelkreises einen Weg von 13628300 Tois., mithin in einer Zeitsekunde 157,7 Tois. oder 1064½ bayer. Fuß zurücklegen. — Diese Länge ist etwas größer als die in Nro. 3 gefundene, weil dort die geographische und hier die geocentrische Breite in Rechnung kam.

8. Pendellänge. Erfahrungen und Versuche haben gelehrt, daß ein Pendel, welches an einem Orte bei jeder Schwingung vollkommen genau Sekunden angab, an einem andern der geographischen Breite nach von jenem verschiedenen Orte den Sekundenschlag nicht mehr genau einhielt. Später hat man den Grund davon in der Rotation der Erde gefunden.

Da also die Länge eines Sekundenpendels von der geographischen Breite mit Einschluß der Abplattung der Erde abhängt, so erhält man für unsere Breite (φ) bei 0° Celsius für die Länge (L) eines Sekunden-Pendels in englischen Duodezimalzollen aus der Formel

$L = 39{,}01751649 + 0{,}210131 \sin^2 \varphi = 39{,}13569$ engl. $= 36{,}73659$ Par. $= 40{,}88347$ bayer. Zoll.

Ist die Pendelstange aus Messing verfertigt, dessen Ausdehnung bei jedem Grad der Celsischen Skale 0,00001823 von einem Zolle beträgt, so erhält man für Dilingen bei einer mittlern Jahrestemperatur von 8°,3 C. für die Länge eines solchen messingenen Sekundenpendels 40,87729 bayer. Zoll, d. h. der Abstand des Schwingungspunktes von dem Aufhängepunkte muß bei einem Pendel, bei welchem jede Schwingung genau eine Sekunde dauern soll, 40,87729 bayer. Zoll betragen.

9. Fallgeschwindigkeit. Mit der Länge des Sekundenpendels hängt die Fallgeschwindigkeit eines schweren Körpers in der ersten Zeitsekunde an der Erdoberfläche, d. i. am Meeresniveau, so zusammen, daß mit der Zu- oder Abnahme der Länge des Sekundenpendels auch diese Geschwindigkeit zu- oder abnimmt, daher kann dieselbe (g) aus der bekannten Pendellänge (L) bei 8°,3 C. nach folgender Formel bestimmt werden, worin π die Ludolphine bezeichnet:

$$g = \frac{1}{2} L \pi^2 = 201{,}7 \text{ bayer. Zoll} = 16{,}808 \text{ bayer.} = 15{,}1015 \text{ Pariser-Fuß},$$

d. h. jeder schwere Körper durchläuft unter einer geographischen Breite von 48° 34′ 35″ an der Meeresoberfläche, abgesehen von allen Hindernissen, beim freien Falle in der ersten Zeitsekunde 16,808 bayer. Fuß.

Mit der Zunahme der Höhe über der Meeresfläche nimmt aber die Schwerkraft, mithin auch die Fallgeschwindigkeit, im Quadratverhältnisse der Entfernungen von dem Mittelpunkte der Erde ab; daher muß die Fallgeschwindigkeit (g′), welche der Erhöhung der Basis des Schloßthurmes über der Meeresoberfläche, die 1401 Pariser-Fuß oder 233,5 Toisen beträgt, zukommt, aus nachstehender Proportion berechnet werden:

$$g' : g = R^2 : (R + 233{,}5)^2,$$

woraus $g' = 16{,}806$ bayer. Fuß.

Die Fallgeschwindigkeit, folglich auch die Schwerkraft, ist bei uns um 0,002 geringer als am Meere unter gleicher geographischer Breite; mithin würden 8404 Ø., am Meere gewogen, bei uns nur 8403 Ø. wiegen. Indessen erleidet das Gegengewicht denselben Verlust, daher der Binnenländer und Gebirgsbewohner in dieser Beziehung nicht zu kurz kommen.

Die Schwerelinie oder die Richtung, welche ein Körper beim freien Falle befolgt, kann, da die Erde keine vollkommene Kugel ist, nicht durch den Mittelpunkt der Aequatorsebene gehen, sondern muß für unsere Breite (φ) mit dem Radius-Vektor einen Winkel (ω) machen, welcher mit Hilfe der bekannten Größen a und b durch folgende Formel gefunden wird:

$$\sin \omega = \frac{(a^2 - b^2) \times \sin \varphi \times \cos \varphi}{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi},$$

woraus $\omega = 0° \, 11' \, 48''$.

Dieser Winkel ergänzt die geocentrische Breite (vergl. Nro. 4) zur geographischen, indem 48° 22′ 45″ + 0° 11′ 48″ = 48° 34′ 33″ = φ (beinahe) ist.

Fragt man noch, wie groß die Entfernung (d) von dem Mittelpunkte des Aequators sei, in welcher diese Schwerelinie dessen Ebene durchschneidet, so findet man dieselbe aus der Formel:

$$d = r \times \cos \varphi \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) = 14921{,}08 \text{ Toisen},$$

d. h. wenn wir einen schweren Körper aus der Hand fallen lassen, so würde derselbe, nach der ersten Richtung stets sich fortbewegend, 14921,08 Toisen vom Mittelpunkte der Erde entfernt, in der Aequatorsebene ankommen.

10. Tangentialgeschwindigkeit. Nehmen wir eine Scheibe von Pappendeckel, stecken durch deren Mitte einen Stab lothrecht auf die Scheibe, halten dieselbe horizontal und bestreuen sie mit Sand, so werden die Sandkörner, so lange sich die Scheibe in Ruhe befindet, unbewegt liegen bleiben; und auch dann noch, wenn wir durch Umdrehung des Stabes die Scheibe nur langsam bewegen. Vermehren wir aber die Drehungsgeschwindigkeit nach und nach, so werden sich zuerst die von dem Stabe entferntesten Sandkörner von ihrer Stelle hinwegbewegen, und bei gesteigerter Rotationsgeschwindigkeit auch die dem Stabe oder der

Umdrehungsaxe nähern Körner; und zwar geschieht diese Fortbewegung in einer Linie, welche mit der Geraden, die den Abstand eines jeden Sandkorns von der Umdrehungsaxe mißt, d. i. mit dem entsprechenden Halbmesser, einen rechten Winkel bildet, — also in der zugehörigen Tangente. Man nennt daher die aus dieser Umdrehung erzeugte Geschwindigkeit dieser Körperchen die Tangentialgeschwindigkeit, und spricht nun auch, da jede Geschwindigkeit eine bestimmte bewegende Kraft voraussetzt, von einer Tangentialkraft, welche übrigens auch Centrifugal-, Schwung-, sowie Zugkraft genannt zu werden pflegt.

Dieser Kraft entgegen wirkt die Centripetal-, Anziehungs- oder Schwerkraft, vermöge welcher nämlich die Körperchen, wenn wir von sonst allen auf sie influirenden Kräften Umgang nehmen, zu der Umdrehungsaxe hin sich zu bewegen bestreben. Diese Kraft reducirt sich, da sie in der gegenseitigen Anziehung aller Körperchen ihren Grund hat, auf einen allen gemeinschaftlichen ideellen Mittelpunkt. — Was nun von dieser Scheibe gilt, muß auch von einer rotirenden Kugel oder Halbkugel gelten, indem diese als durch unendlich viele Parallelschnitte in lauter verschiedene Scheiben zerlegt gedacht werden kann, so daß an der Peripherie jeder dieser Scheiben eine bestimmte, von allen andern verschiedene Tangentialkraft wirksam sein muß.

Wir wollen daher an unsrer Erde, welche hiebei als rotirender kugelförmiger Körper betrachtet wird, die Tangentialgeschwindigkeiten (c und c') unter den geographischen Breiten 0° und φ° berechnen. Diese ist für jeden Punkt in der Peripherie

des Aequators: $c = \sqrt{2\,a\,G} = 24300,98$ Pariser-Fuß,

unseres Parallelkreises: $c' = \sqrt{2\,\varrho\,g} = 19787,316$ Pariser-Fuß,

d. h. jeder materielle Punkt von der Peripherie unseres Parallelkreises würde, wenn die Anziehungskraft der Erde plötzlich zu wirken aufhörte, mit einer Geschwindigkeit von 19787,316 Pariser-Fuß in jeder Sekunde in den Weltraum hinausgeschleudert; — eine Geschwindigkeit, welche die einer abgeschossenen Kanonenkugel wenigstens 30 mal übertrifft. — Die Centrifugalkraft wirkt, wie erwähnt, der Centripetalkraft entgegen; es ist aber deren Gegenwirkung um so geringer, je größer die geographische Breite eines Ortes ist, und wird in den Erdpolen = Null.

Suchen wir nun jene Größe (γ), um welche die Fallgeschwindigkeit durch die Tangentialgeschwindigkeit vermindert wird, so finden wir als Werth

unter Null Grad der Breite $\gamma = \frac{2\,a\,\pi^2}{(86164)^2} = 0,008699$ Toisen.

Es ist sonach die ganze Fallgeschwindigkeit in der ersten Sekunde am Aequator $= G + \gamma = 2,517499$ Toisen; mithin verhält sich dort die Schwungkraft zu der Schwerkraft wie 0,008699 zu 2,517499, oder wie 1 zu 289,39 — d. h. die Schwerkraft ist am Aequator 289,39 mal größer, als die Schwungkraft, so daß derselbe Körper, welcher am Aequator 288 ℔. wiegt, über den Erdpolen 289 ℔. wiegen würde.

Für unsere Breite (φ) beträgt die Verminderung (γ') der Schwere durch die Schwungkraft $\gamma' = \frac{2\,r\,\pi^2 \times \cos^2\varphi}{(86164)^2} = 0,00380067$; es ist also hier die ganze Fallgeschwindigkeit $g + \gamma' = 2,5208$ Toisen, so daß sich die Schwungkraft zur Schwerkraft wie 0,0038 zu 2,5208, oder wie 1 zu 663,368 verhält — d. h. die Schwerkraft überwiegt bei uns die Schwungkraft schon 663,368 mal; mithin beträgt das absolute Gewicht eines jeden Körpers bei uns um den 663sten Theil weniger, als es betragen würde, wenn die Erde keine Rotation hätte, so daß in letzterm Falle 663 ℔. so schwer sein würden, als jetzt 664 ℔.

Da ferner die Quadratwurzel aus 663,368 beinahe 25,7 beträgt, so müßte für unsere Breite die Erde 25,7 mal schneller, als jetzt, rotiren, bis die Schwungkraft der Schwerkraft gleichkäme, in welchem Falle dann auch der Erdetag 25,7 mal kürzer wäre; also nicht einmal eine ganze Stunde jetziger Zeit dauern würde. — Bei einer solchen Geschwindigkeit würden aber die trennbaren Erdtheile zwischen dem Aequator und unserm Parallelkreise von der Oberfläche schon losgerissen werden, weil für diese die Schwungkraft bereits größer, als die Schwerkraft wäre, indem schon eine 17 mal größere Rotation die Peripherie-Punkte des Aequators zum Schweben brächte.

Wenn also bei uns einmal die Tageslänge weniger als 24 Stunden betragen würde, oder das Sekundenpendel, damit es wieder Sekunden unserer Zeit einhielte, verkürzt werden müßte, dann würde sich die Rotation der Erde vergrößert haben. — Die Erfahrung, daß ein Sekundenpendel unter größerer geographischer Breite länger sein, mithin auch die Schwerkraft mit der Breite zunehmen, also in gleichem Verhältnisse eine andere der Schwerkraft entgegenwirkende Kraft abnehmen müsse, hat den glänzenden Beweis für die Rotation der Erde hervorgerufen, indem diese Kraft keine andere, als eine centrifugale, welche eben eine Rotation bedingt, sein konnte.

11. Horizont. Jener Kreis, durch welchen der sichtbare Theil der hohlen Himmelskugel, indem diese um einen Beobachter herum daselbst auf der Erde aufzuliegen scheint, abgeschnitten wird, heißt der scheinbare Horizont des Beobachters. Dieser Kreis ist um so größer, einen je höhern Standpunkt der Beobachter hat. Es läßt sich, wenn h die Erhöhung über dem Boden und r den dem Fußpunkte derselben zukommenden Erdhalbmesser bezeichnet, der Halbmesser t des Gesichtskreises aus der Formel $t = \sqrt{h(2r + h)}$ berechnen. Nimmt man hier die Meile zu 3802,93 Toisen, so beträgt dieser Halbmesser bei 5 Pariser-Fuß Erhöhung 13969,68 Pariser-Fuß oder 0,6122 Meilen.

Ein Mensch, dessen Auge 5 Pariser-Fuß über der Erdoberfläche sich befindet, kann also nur eine Kreisfläche, deren Radius beinahe $^2/_3$ Meilen lang ist, übersehen. Will er weiter sehen, so muß er sich mehr erhöhen; und sieht er weiter entfernte Objekte, so müssen diese über die Horizontalfläche emporragen, wie Thürme, Bäume, Berge u. dgl. —

Der Schloßthurmwächter dahier übersieht in seiner Wohnung bei 94 bayer. Fuß oder 14,08 Toisen Höhe eine Kreisfläche, deren Halbmesser 9586,16 Toisen oder 2,5207 Meilen beträgt. Er kann also Punkte, welche über $2^1/_2$ Meilen entfernt sind, nur dann sehen, wenn sie sich über seinen scheinbaren Horizont erheben, und von Zwischenobjekten nicht verdeckt sind. Darum kann er den Münster in Ulm, weil dieser 56 Toisen Höhe hat, darum kann er, ohne Rücksicht auf die Strahlenbrechung zu nehmen, die Zugspitze und einige andere Bergspitzen der rhätischen Alpen, welche sich auf 6000 bis 10000 Fuß erheben, noch ganz gut sehen, obgleich sie weit hinaus über die Grenze seines scheinbaren Horizontes fallen. — Wolken, welche 4000 Fuß hoch über der Erdoberfläche schweben, aber 17 Meilen von uns entfernt sind, müssen aus denselben Gründen mit unserm Horizonte zusammenfallen; — oder, was dasselbe ist, Wolken, welche in einer Entfernung von 17 Meilen sich in unserm Horizonte befinden, stehen 4000 Fuß über der Oberfläche der Erde, — oder Wolken, welche 4000 Fuß über unserm Scheitel sich befinden, sieht ein 17 Meilen von uns entfernter Beobachter an seinem Horizonte u. dgl. —

Bekanntlich wird die Peripherie des Horizontalkreises in 4, 8, 16, 32 u. s. w. gleiche Theile getheilt; diese Eintheilungspunkte führen besondere Namen, wornach die Lage verschiedener Punkte unter sich oder gegen einen Hauptpunkt, sowie die Richtung des Windes, des Wolkenzuges u. dgl. bestimmt wird. — Denkt man sich nämlich von der Mitte des Schloßthurmes aus gerade Linien nach mehreren in der Fläche des scheinbaren Horizontes befindlichen Punkten gezogen, so machen diese Linien unter sich, sowie mit der Meridian- oder Mittagslinie bestimmte und, so lange diese Punkte unverrückbar sind, constante Winkel.

Um die Größe derselben für mehrere Punkte zu bekommen, begab ich mich mit einem Astrolabium auf den hiesigen Schloßthurm, beobachtete die Culmination der Sonne, um die Mittagslinie zu erhalten, und maß sodann alle Winkel, welche die sichtbaren Orte unter sich und mit der Mittagslinie machen. — Das Instrument konnte zwar im Centrum des Thurmes aufgestellt, aber es konnten von da aus nur sehr wenige Punkte anvisirt werden; deßwegen wurde dasselbe an die Maueröffnungen gebracht, und es mußten sonach fast alle Winkel excentrisch gemessen werden. — Der Durchschnitt des Thurmes stellt ein ungleichseitiges Achteck vor, von dessen längsten zwei Seiten jede 13,5, von den zwei mittlern jede 10,5 und von den vier kleinsten Seiten jede 9,2 bayer. Fuß mißt, dessen Umfang mithin 84,8 Fuß beträgt, und dessen längste Diagonale 27,8 Fuß hält, so daß die größte Entfernung des Instrumentes vom Centrum des Thurmes über 11 Fuß nie betrug. Ich nahm mir übrigens vor, jeden der gemessenen Winkel auf das Centrum zu reduciren; allein

schon die für die nächsten Objekte reducirten Winkel wichen so wenig von den excentrisch-beobachteten ab, daß ich für den vorliegenden Zweck die beobachteten unmittelbar für die reducirten annehmen durfte, — und dieß um so mehr, als das Instrument selbst nicht fehlerfrei beobachten ließ. Ich wollte bei dieser Gelegenheit zugleich die Depression oder Elevation der sichtbaren Punkte unter oder über meinem Standpunkte, dessen Erhebung über dem Pflaster vor dem städtischen Rathhause 144 bayer. Fuß betrug, beobachten; aber die Resultate wurden wegen der im Donauthale unregelmäßig angehäuften und aufsteigenden Dünste so unzuverlässig, daß ich zuletzt von diesem Vorhaben gänzlich abstehen mußte.

Die nachfolgende Tabelle enthält die meisten dieser Beobachtungen, welche zur Controle wiederholt angestellt worden sind. — Die gemessenen Winkel gehen vom Nordpunkte durch alle vier Quadranten des Horizontes, d. i. von 0 bis 360 Grad. Bei den Städten und Dörfern wurde die Mitte der Pfarrkirch- oder Hauptthürme und bei einzelnen Häusern deren Mitte anvisirt.

Nordpunkt	0°	0′
Oberfinningen	1	37
Mörslingen	14	7
Oberliezheim	23	15
Lutzingen	24	43
Schwennenbach	31	17
Schretzheim	33	10
Deisenhofen	34	8
Oberglauheim	38	12
Wolperstetten	44	24
Nordostpunkt	45	—
Unterglauheim	45	12
Tapfheim	51	33
Donauwörth	52	2
Schwenningen	52	20
Höchstädt, Pfarrkirche	52	55
Erlingshofen	53	20
Münster	53	38
Sonderheim	54	43
Steinheim	54	49
Blindheim	55	29
Höchstädt, Schloß	56	40
Gremheim	59	3
Rain	68	1
Mertingen	68	5
Lauterbach	72	50
Oberthürheim	75	24
Holzen, Kloster	81	40
Reitehof	88	52
Ostpunkt	90	—
Kicklingen	96	5
Judengottesacker	97	1
Bliensbach	97	5
Gottmarshofen	97	38
Binswangen	101°	34′
Fristingen	115	50
Nordfelden	129	48
Südostpunkt	135	—
Eppisburg	141	10
Ellerbach	149	25
Holzheim, Bergkirche	158	10
„ „ Dorfkirche	159	36
Weissingen	167	43
Altenbaindt	171	40
Südpunkt	180	—
Riedwirthshaus	181	40
Breitwiesmühle	186	54
Katharinenhof	195	12
Aislingen, Bergkirche	196	—
Mönstetten	197	57
Aislingen, Pfarrkirche	198	25
Dürrlauingen	200	7
Baumgarten	201	55
Gundremingen	216	14
Renninghof	216	28
Rettenbach	217	16
Leinheim	218	4
Offingen	222	25
Landstrost	224	37
Südwestpunkt	225	—
Higstetterhof	227	58
Reisensburg	228	12
Günzburg	229	50
Bubesheim	230	36
Leipheim	235	—
Peterswörth	235	33
Spitalhof	236	9
Gundelfingen	254	—

Bächingen a/B., Schloß	255°	30′	Altenberg	297°	24′
Sontheim	258	—	Wittislingen	307	—
Lauingen, Pfarrkirche	258	9	Zöschingen	307	52
„ „ Schimmelthurm	261	30	Nordwestpunkt	315	—
Brenz, Schloß	262	30	Schabringen, Papiermühle	315	45
Obermedlingen, Kloster	265	40	„ „ Dorfkirchthurm	318	48
„ „ Keller	266	54	Dischingen, Schloß	324	30
Westpunkt	270	—	Maria Mödingen	325	6
Vieh-Hof	273	33	Mödingen	327	39
Veitriedhausen	277	30	Neresheim	330	27
Haunsheim, Schloß	284	—	Demingen	338	20
„ „ Dorfkirche	285	2	Bergheim	339	45
Frauenriedhausen	287	33	Donaualtheim	345	50
Hausen	289	21	Unterfinningen	357	50

Von der Mitte des hiesigen Schloßthurmes aus geht sonach

1) die Nordlinie nahe an der Ostseite des Thürmchens vom hiesigen Frauenkloster vorbei und fast mitten zwischen beiden Finningen durch.
2) Die Nordostlinie streift über dem östlichen Wasserthurme hinweg, rechts an Schretzheim vorbei und trifft in der Ferne auf Unterglauheim.
3) Die Ostlinie zieht sich an der nördlichen Gibelseite der Hofmühle (Zenetti's Hof), sowie an dem letzten Hause des nördlichen Theiles von Kicklingen vorbei und läßt den Judengottesacker bei Binswangen südlich liegen.
4) Die Südostlinie streicht westlich am Nordfelderhofe und östlich an Eppisburg vorbei.
5) Die Süd- oder Mittagslinie geht nahe an dem östlichen Rande des Riedwirthshauses vorüber und berührt höchst wahrscheinlich das Bräuhaus in Glött.
6) Die Südwestlinie trifft früher außer dem Higstetterhofe auf keinen bestimmten Punkt, als bis sie über Landstrost hinweg und südöstlich an der Reisensburg vorbeistreift.
7) Die Westlinie zieht sich über der Stundensäule an der Strasse zwischen Dilingen und Lauingen hinweg, nördlich an Lauingen und dem Keller von Obermedlingen vorbei, so daß sie Untermedlingen berühren wird.
8) Die Nordwestlinie trifft fast ganz genau auf die Papiermühle bei Schabringen.

Mit der Veränderung des Standpunktes ändern sich auch die Nord-, Nordost- rc. Punkte, sowie der Horizont selbst, so daß die neuen Nord-, Nordost-Linien u. s. f. mit den angeführten parallel laufen. Denkt man sich also durch den neuen Standpunkt Parallelen mit diesen acht Linien gezogen, so theilen diese den neuen Horizont ebenfalls in acht gleichnamige Theile ein. Derjenige, welcher z. B. in Lauingen wohnt, hat also den Nordpunkt nicht zwischen den beiden Finningen zu suchen, indem derselbe um eben so viel nach Westen gerückt ist, als Lauingen in der Richtung von Ost nach West von Dilingen entfernt ist.

Anders verhält es sich, wenn man sich diese Punkte des Horizontes bis zu den Sternen hinausgerückt denkt; denn dann findet keine Verrückung derselben Statt. Die 1720 Meilen, welche der Erddurchmesser hält, ja selbst die 40 Millionen Meilen, welche auf den Durchmesser der Erdbahn treffen, sind, verglichen mit der ungeheuren Entfernung der Fixsterne, nur Punkte; daher bleibt für jeden Bewohner der Erde zu jeder Stunde des Jahres der himmlische Nord-, der himmlische Ostpunkt u. s. f. immer an derselben Stelle des Himmelsgewölbes.

12. Helligkeit oder Erleuchtung. Bei gleicher Entfernung und gleicher Intensität der Lichtquellen verhalten sich die Helligkeiten von zwei gleichgefärbten Flächen zu einander, wie die Sinuse der

Neigungswinkel, welche die einfallenden Lichtstrahlen mit den zu erleuchtenden Flächen bilden. Die größte Helligkeit, abgesehen von allen zufällig trübenden Umständen, tritt also dann ein, wenn der einfallende Lichtstrahl die zu erleuchtende Fläche unter einem rechten Winkel trifft. Für die Erdoberfläche haben hiernach nur jene Horizontalflächen, über welchen die Sonne lothrecht schwebt, die größte Helligkeit.

Allein es hängt die Helligkeit auch noch von der scheinbaren Größe des leuchtenden Körpers, welche bei der Sonne nicht immer dieselbe ist, sowie auch von der Entfernung der Lichtquelle, welche für uns bei der Sonne ebenfalls nicht immer dieselbe ist, ab. — Das Maximum der Helligkeit einer Ebene auf der Erde kann also nur unter dem Wendekreise des Steinbockes zur Zeit unseres Wintersolstitiums beim Durchgange der Sonne durch den Meridian jener Ebene eintreten, indem dort die Sonnenstrahlen senkrecht auffallen, zu dieser Zeit der scheinbare Durchmesser der Sonne am größten und ihre Entfernung von der Erde am kleinsten ist.

Gerade zu dieser Zeit hat bei uns eine solche Ebene die geringste Helligkeit während des ganzen Jahres, weil da die Sonnenhöhe, welche bei weitem den Hauptfaktor ausmacht, die kleinste ist.

Nehmen wir nun den scheinbaren Durchmesser der Sonne und ihre Entfernung von der Erde, indem diese zwei Faktoren nur ganz geringen Einfluß hiebei haben, als sich das ganze Jahr hindurch gleichbleibend an, und setzen wir die Helligkeit einer Fläche, welche von den Sonnenstrahlen senkrecht getroffen wird, der Einheit gleich, so ist unter unsrer Breite (φ) zur Mittagszeit für eine Horizontalfläche:

Tage	Sonnenhöhe		Helligkeit	
			absolute	relative
21. December	17°	58′	0, 3084	1
20. Januar und 22. November	21	15	0, 3625	1, 175
19. Februar und 23. October	29	57	0, 4991	1, 618
21. März und 23. September	41	25	0, 6617	2, 146
20. April und 23. August	52	54	0, 7976	2, 586
21. Mai und 21. Juli	61	35	0, 8795	2, 852
21. Juni	64	53	0, 9054	2, 936

Während jene Bewohner in der heißen Zone, welche die Sonne senkrecht über sich haben, stets mit der größten Helligkeit = 1 beglückt werden, beträgt dieselbe bei uns zur Mittagszeit am 21. December kaum $^1/_3$, am 21. März und 23. September $^2/_3$ und am 21. Juni schon $^9/_{10}$ jener Helligkeit; zugleich ist aus der Tabelle ersichtlich, daß bei uns eine in der Sonne befindliche horizontale Ebene am 20. Januar 1,175 mal und zur Zeit des Sommersolstitiums fast 3 mal heller erleuchtet werde, als am 21. December oder zur Zeit des Wintersolstitiums.

Sowie die Helligkeit jährlich vom 21. December bis 21. Juni zu- und von da an bis wieder zum 21. December abnimmt: ebenso nimmt sie täglich vom Aufgange der Sonne bis zu ihrer Culmination zu und von da an bis zum Untergange wieder ab, und zwar ebenfalls nach dem Verhältnisse des Sinus der stündlichen Sonnenhöhe. — Mit der Zu- oder Abnahme der Helligkeit in der Mittagsstunde nimmt mithin auch die in den übrigen Tagesstunden verhältnißmäßig täglich zu oder ab.

Ist aber die Fläche, welche von den Sonnenstrahlen getroffen wird, nicht horizontal, so vermehrt oder vermindert sich diese Helligkeit, je nachdem die Fläche mit den einfallenden Sonnenstrahlen einen größern oder kleinern Winkel, als die Horizontalfläche, bildet. — Mauern oder lothrecht stehende Flächen können nur, wenn sie nach Osten oder Westen gerichtet sind, d. i. in der Mittagsebene liegen, und frei stehen, von den Strahlen der auf- und untergehenden Sonne senkrecht getroffen werden. Diese würden sich also beim Auf- und Untergange der Sonne in der größten Helligkeit zeigen, wenn nicht die erleuchtende Kraft der Sonnen-

strahlen durch die an der Erdoberfläche befindliche dichtere Luftmasse und durch die angehäuften Dünste zu dieser Zeit so geschwächt würde, daß selbst unser Auge einen Blick in die Lichtquelle auszuhalten vermag; — eine Einrichtung, welche uns trefflich zu Statten kommt, indem ohne sie das menschliche Auge durch den ungeschwächten Glanz der so tief stehenden Sonne gar leicht Schaden nehmen könnte. Die Mauerflächen selbst würden, wenn sie weiß, also nicht mit einer Farbe übertüncht sind, durch diese große Helligkeit nachtheilig auf das in deren Nähe weilende Auge einwirken.

13. Schattenlänge. So wie die Helligkeit einer Ebene von Stund zu Stund während des Tages, und von Tag zu Tag während des Jahres im Verhältnisse des Sinus der Sonnenhöhe sich ändert: ebenso ändert sich die Schattenlänge irgend eines undurchsichtigen Körpers mit der Sonnenhöhe, es mag der Schatten gebende Körper senkrecht, horizontal oder unter einem bestimmten Winkel geneigt an einer Ebene angebracht seyn.

Nachstehende Tafel enthält die größten Schattenlängen, welche ein 1 bayer. Fuß langer Stab zur Mittagszeit von Monat zu Monat bei verschiedenen Stellungen auf die Auffangsfläche wirft. — In den Formeln, welche zur Berechnung gedient haben, bezeichnet allgemein g die Stablänge, welche also hier = 1 genommen worden, γ die Schattenlänge, ψ die Sonnenhöhe und φ unsere geographische Breite oder Polhöhe.

Tag	Sonnenlänge.	Sonnenhöhe.	Schattenlänge			
			Stab senkrecht Auffangsfl. horizont.	Stab horizontal Auffangsfl. senkrecht	Stab parallel mit der Erdaxe Auffangsfl. horizont.	Stab parallel mit der Erdaxe Auffangsfl. senkrecht
21. März	0°	41° 25′	1, 133	0, 882	1, 5114	1, 3336
20. April	30	52 54	0, 756	1, 322	1, 2286	1, 6248
21. Mai	60	61 35	0, 541	1, 848	1, 0672	1, 9730
21. Juni	90	64 53	0, 469	2, 133	1, 0131	2, 1611
22. Juli	120	61 35	0, 541	1, 848	1, 0672	1, 9730
23. Aug.	150	52 54	0, 756	1, 322	1, 2286	1, 6248
23. Sept.	180	41 25	1, 133	0, 882	1, 5114	1, 3336
23. Oct.	210	29 57	1, 737	0, 576	1, 9634	1, 1309
22. Nov.	240	21 15	2, 570	0, 389	2, 5892	1, 0072
21. Dec.	270	17 58	3, 084	0, 324	2, 9742	0, 9644
20. Jan.	300	21 15	2, 570	0, 389	2, 5892	1, 0072
19. Febr.	330	29 57	1, 737	0, 576	1, 9634	1, 1309
Mittel		41 25	1, 419	1, 041	1, 7256	1, 4387
			(a. 7 Oct. u. 7 März)	(a. 30 März u. 14 Sept.)	(7 Oct. u. 7 März)	(30 März u. 14 Sept.)
Formel			$\gamma = g \cot \psi$	$\gamma = g \tan \psi$	$\gamma = \frac{g \sin(\varphi + \psi)}{\sin \psi}$	$\gamma = \frac{g \sin(\varphi + \psi)}{\cos \psi}$

Will man die Länge des Schattens von einem längern Stabe oder Gegenstande in irgend einem Monate wissen, so darf man nur diese neue Stabeslänge mit der entsprechenden Zahl der Tabelle multipliciren. So reicht z. B. der Schatten des 176 Fuß hohen Schloßthurmes am 21. Juni zur Mittagszeit nur 176 × 0,469 oder $82\frac{1}{2}$ Fuß weit, — d. i. nicht ganz bis zur ehemaligen Hauptwache, dagegen am 21. December 176 × 3,084 oder fast 543 Fuß weit in der durch den Fußpunkt des Thurmes horizontal gelegten Ebene, — d. i. bis zu dem Bräuhause des Kreuzbräuers dahier. Hiernach kann auch die Länge des Zeigers (Gnomons) einer Sonnenuhr, damit dessen kürzester Schatten die Ziffern, welche die Stunden bezeichnen, noch erreiche, bestimmt werden.

Die Schattenlänge, von welcher ich bisher gesprochen habe, fällt in die Meridianebene des Schatten gebenden Körpers oder Gnomons und ist während eines Tages zugleich die kürzeste; sie macht um 11 und 1 Uhr, um 10 und 2 Uhr u. s. w. mit der Mittagslinie stets gleiche Winkel und verlängert sich zugleich, bis sie beim Auf- und Untergange der Sonne ihr tägliches Maximum erreicht. — Auf der Gleichheit dieser Winkel beruht jene bekannte Methode, für einen bestimmten Punkt die Mittagslinie zu ziehen.

14. **Wärmegang.** Wenn man den Grund der Wärme allein in die Menge und die erregende Kraft der Sonnenstrahlen setzt, also die Lokaleinflüsse gar nicht berücksichtigt, so nimmt die Wärme an der Oberfläche der Erde vom Aequator gegen die Pole hin im zusammengesetzten Verhältnisse der schiefen Richtung und der dadurch verminderten Geschwindigkeit der auffallenden Sonnenstrahlen — d. h. mit dem Quadrate der Sinuse der Sonnenhöhen (ψ) ab.

Setzt man die mittlere Jahrestemperatur am Aequator $= 24^0$ R., so erhält man unter unserer Breite als mittlere Jahrestemperatur $24 \times \sin^2 \psi = 24 \times \cos^2 \varphi = 24 \times 0{,}4377 = 10^0, 5$ R., wo ψ die mittlere Sonnenhöhe, welche dem Complemente der Polhöhe (vergl. Tab. in Nr. 12.) gleich ist, bezeichnet. — Den jährlichen mittlern Wärmegang in unserer Breite bei dem Eintritt der Sonne in jedes der 12 Zeichen des Thierkreises stellt nachfolgende Tabelle dar.

Tage.	Sonnenhöhe.		$\sin^2 \psi$	Wärme	
				absolute	relative
21. December	17°	58′	0, 0951	2°, 28	0, 2173
20. Januar und 22. November	21	15	0, 1314	3°, 15	0, 3002
19. Februar und 23. Oktober	29	57	0, 2491	5°, 97	0, 5691
21. März und 23. September	41	25	0, 4377	10°, 50	1, 0000
20. April und 23. August	52	54	0, 6362	15°, 26	1, 4534
21. Mai und 21. Juli	61	35	0, 7736	18°, 56	1, 7673
21. Juni	64	53	0, 8198	19°, 66	1, 8728

Sowie die Temperatur abnimmt von dem Aequator gegen die Pole zu, und zwar beiderseits gleichförmig, so daß unsre Gegenwohner dieselben mittlern Temperaturen haben: ebenso nimmt auch die Temperatur jedes Tages vom Mittage an gleichförmig im Quadratverhältnisse des Sinus der stündlichen Sonnenhöhe ab, so daß auf die 11te und 1te Stunde, auf die 10te und 2te Stunde u. s. f. gleiche Temperaturen fallen, welche sich übrigens mit jedem Tage ändern müssen, indem die tägliche Höhe der Sonne, wie deren Deklination veränderlich, d. h. in beständiger Zu- oder Abnahme begriffen ist.

Suchen wir z. B. nur für jene Tage des Jahres, an welchen die Deklination der Sonne ohne merklichen Fehler $= 0$ gesetzt werden kann, mit Hilfe des Stundenwinkels (s) und unsrer Polhöhe (φ) die der 11ten, 10ten, 9ten . . . Stunde entsprechenden Sonnenhöhen (ψ), wozu die Formel $\sin \psi = \cos \varphi \times \cos s$ dient, so erhalten wir als stündlichen Wärmegang am Tage der Aequinoktien, wo am Aequator zur Mittagszeit das Reaumur'sche Thermometer 24° zeigt, vom Aufgange bis zum Untergange der Sonne folgende Werthe:

Stunden	Sonnenhöhe	$\sin^2 \psi$	Wärmegrade
12 oder Mittag	41° 25′	0, 4377	10, 50
11 und 1	39 43	0, 4084	9, 80
10 und 2	34 57	0, 3283	7, 88
9 und 3	27 54	0, 2188	5, 25
8 und 4	19 19	0, 1094	2, 55
7 und 5	9 52	0, 0293	0, 70
6	0 0	0, 0000	0, 00

Die von der geographischen Breite und der Sonnenhöhe abhängige Temperatur eines Ortes bedingt dessen mathematisches Klima, welches mit dem physischen nicht verwechselt werden darf. Daß sowohl jenes als auch der aus dem mathematischen Gesichtspunkte abgeleitete stündliche Wärmegang durch Lokalverhältnisse und andere Einflüsse sehr verändert werde, zeigt ein Blick auf das bei uns im Freien und im Schatten aufgehängte Thermometer.

15. **Dämmerung.** Bevor der westliche Rand der Sonnenscheibe Morgens den wahren Horizont berührt, und nachdem diesen der östliche Rand derselben Abends verlassen hat, wird vermöge der Brechung der Sonnenstrahlen beim Eintritt aus dem dünnern Aether in die dichtere atmosphärische Luft so viel Helligkeit noch erzeugt, daß jeder Theil der Erde bald längere bald kürzere Zeit in einem Grade von Erleuchtung sich befindet, welcher nicht mehr Tag, aber auch noch nicht Nacht genannt werden kann. Man nennt diesen Zwischenzustand Dämmerung, und unterscheidet eine astronomische, deren Ende am Abend eintritt, wenn kein Strahl der Sonne die uns sichtbare Athmosphäre zu erhellen vermag, — und eine bürgerliche, deren Ende am Abende dann eintritt, wenn in den gegen Westen gelegenen Wohnzimmern die gewöhnlichen Geschäfte ohne Licht nicht mehr gut verrichtet werden können. Jene Kreise, welche jenseits unseres wahren Horizontes in einem Abstande von 6½ und von 18 Graden parallel mit demselben gedacht werden, heißen unsere Dämmerungskreise, weil, wenn die Sonne beim Hinabsteigen dieselben verläßt und beim Heraufsteigen dieselben berührt, die bürgerliche und die astronomische Dämmerung für uns endet oder beginnt.

Sobald scheinbar der westliche Sonnenrand in den Horizont tritt, beginnt der Tag und dauert so lange, als die Sonne über diesem sich befindet. Da die Sonne bei ihrer täglichen scheinbaren Bewegung Bögen beschreibt, welche bald weniger, bald mehr gegen den Horizont geneigt sind, und sie selbst sich im ersten Falle höher über den Horizont erhebt, als im zweiten, so ändert sich täglich für einen bestimmten Ort der Erdoberfläche die Dauer der Dämmerung und des Tages. Wir haben für unsere geographische Breite die Dauer der astronomischen und bürgerlichen Dämmerung, wobei sich die Zeit des Auf- und Unterganges der Sonne nebst der Tageslänge annähernd ergab, beim Eintritt der Sonne in jedes der 12 Sternbilder des Thierkreises berechnet und die Resultate in untenstehender Tabelle zusammengestellt. — Es wurde angenommen, daß dieser Eintritt an den angezeigten Tagen zur zwölften Stunde Mittags nach mittlerer Zeit geschehe, daß die Aenderung der Deklination der Sonne als nicht von sehr bedeutendem Einflusse außer Acht zu lassen sei, und daß die Größe der astronomischen Strahlenbrechung in unserer Gegend am Horizonte im Mittel 33 Minuten betrage.

Die Strahlenbrechung oder Refraktion ist nämlich der Winkel, um welchen ein Gegenstand höher erscheint über dem Horizonte, als er wirklich ist. Sie verlängert sonach bei der Sonne die Dauer des Scheinens derselben über dem Horizonte, d. h. den Tag oder die Tageszeit, und hängt von der Dichtigkeit, Feuchtigkeit und der Temperatur der Luft, von der geographischen Breite und der Deklination der Sonne ab, — Faktoren, welche zum Theil sehr variabel und mit Sicherheit nicht bestimmbar sind; daher man aus den Untersuchungen nur ein annäherndes Resultat erhalten kann. — Für unsere Breite und eine mittlere Deklination der Sonne

zu 11° 44′ beträgt die Zeit, um welche die Sonne deßhalb schon früher und später noch sichtbar ist, 3 Minuten 32 Sekunden Zeit, also im Durchschnitt täglich 7 Minuten 4 Sekunden und folglich jährlich 43 Stunden.

Die zur Berechnung nöthigen Formeln sind, wenn λ die Sonnenlänge, φ die Polhöhe, r die Strahlenbrechung, δ die Deklination, ε die Schiefe der Ekliptik, s' den Stundenwinkel beim Aufgang, s'' den Stundenwinkel beim Durchgange der Sonne durch den astronomischen und s''' den Stundenwinkel bei dem Durchgange der Sonne durch den bürgerlichen Dämmerungskreis bezeichnet, folgende:

$$\sin \delta = \sin \lambda \sin \varepsilon; \quad \cos s' = -\frac{\sin r + \sin \delta \sin \varphi}{\cos \delta \cos \varphi};$$

$$\cos s'' = \frac{\cos 108 - \sin \delta \sin \varphi}{\cos \delta \times \cos \varphi}; \quad \cos s''' = \frac{\cos 96^\circ 30' - \sin \delta \sin \varphi}{\cos \delta \times \cos \varphi}.$$

Tage.	Deklination der Sonne.	Dämmerung		Sonnen-Aufgang.	Sonnen-Untergang.	Tageslänge.
		astronom.	bürgerl.			
21. December	— 23° 28′	1 St. 57 M.	42 Min.	7 Uhr 52 M.	4 Uhr 8 M.	8 St. 16 M.
20. Januar und 22. November	— 20 10	1 „ 53 „	40 „	7 „ 32 „	4 „ 28 „	8 „ 56 „
19. Februar und 23 October	— 11 29	1 „ 47 „	37 „	6 „ 48 „	5 „ 12 „	10 „ 24 „
21. März und 23. September	0	1 „ 48 „	36 „	5 „ 55 „	6 „ 5 „	12 „ 10 „
20. April und 23. August	+ 11 29	2 „ 3 „	39 „	5 „ 2 „	6 „ 58 „	13 „ 56 „
21. Mai und 22. Juli	+ 20 10	2 „ 42 „	45 „	4 „ 16 „	7 „ 44 „	15 „ 28 „
21. Juni	+ 23 28	3 „ 58 „	49 „	3 „ 58 „	8 „ 4 „	16 „ 8 „

Man bemerkt in der Tabelle, daß die größte Dauer der astronomischen und bürgerlichen Dämmerung mit dem längsten Tage zusammenfällt, daß ferner am 21. Juni, wo die Sonne 4 Minuten nach 8 Uhr untergeht, das Ende der Abenddämmerung mit dem Anfange der Morgendämmerung zusammentrifft, folglich im astronomischen Sinne es daselbst gar nicht Nacht wird, während dagegen die bürgerliche Nacht 7 Minuten vor 9 Uhr ihren Anfang nimmt.

Die kürzeste Dauer der Dämmerung fällt nicht mit dem kürzesten Tage zusammen; es entsteht daher die Frage, bei welcher Deklination der Sonne oder an welchen Tagen des Jahres wir die kürzeste astronomische und bürgerliche Dämmerung haben.

Verfährt man nach den Gesetzen des Differentialkalkuls mit der einschlägigen Formel, so findet man betreffend das Minimum der Dauer der astronomischen Dämmerung:

$$\sin \delta = -\sin \varphi \tan 9^\circ, \text{ woraus } \delta = -6^\circ 49' 14'';$$

und betreffend das Minimum der Dauer der bürgerlichen Dämmerung:

$$\sin \delta' = -\sin \varphi \tan 3^\circ 15', \text{ woraus } \delta' = -2^\circ 26' 25''.$$

Die kürzeste Dauer der Dämmerung tritt also stets bei einer südlichen Deklination der Sonne ein, also nie im Frühlinge oder im Sommer; es fällt dieselbe nämlich bei der astronomischen Dämmerung auf den 3. März und 9. October und beträgt 1 Stunde 46 Minuten; bei der bürgerlichen fällt sie auf den 14. März und 29. September und beträgt 36 Minuten.

Mit der Zu- oder Abnahme der geographischen Breite nimmt auch die Dauer der Dämmerung zu oder ab, so daß die astronomische Dämmerung an den Polen eben so viele Monate als bei uns Stunden dauert, während am Aequator die größte Dauer derselben etwa eine Stunde beträgt, weßhalb daselbst schnell Nacht auf Tag folgt.

16. **Morgen- und Abendweite.** Zur Zeit der Aequinoktien geht die Sonne, respektive deren Mittelpunkt, im wahren Ostpunkte auf und im wahren Westpunkte unter, wenn die Strahlenbrechung und die

Veränderlichkeit der Deklination der Sonne nicht berücksichtigt wird. Sie entfernt sich aber bald südwärts, bald nordwärts von diesen Punkten; man nennt den Bogen des Horizontes, welcher zwischen dem constanten Ostpunkte und dem Mittelpunkte der aufgehenden Sonne liegt, die Morgenweite; und jener Bogen des Horizontes, welcher sich zwischen dem constanten West- und dem Mittelpunkte der untergehenden Sonne befindet, wird die Abendweite genannt. —

Berechnet man für dieselben Tage, wie in Nro. 14, und unter den nämlichen Voraussetzungen nach der Formel:

$$\cos A = - \frac{\sin r \sin \varphi + \sin (\delta \mp r)}{\cos r \cos \varphi}$$

das Azimuth (A) für den Auf- und Untergang der Sonne, so bildet der Complementswinkel zu A die Morgen- und Abendweite, welche zugleich mit der Deklination der Sonne ebenfalls nördlich oder südlich ist, und wo r die Größe bezeichnet, um welche die für die Mittagszeit bestimmte Deklination (δ) der Sonne beim Auf- oder Untergange derselben vermindert oder vermehrt werden muß. — Die berechneten Resultate sind:

Tag.	Morgenweite		Abendweite	
	nördlich	südlich	nördlich	südlich
21. März	0° 28′		0° 46′	
20. April	18 1		18 19	
21. Mai	32 2		32 15	
21. Juni	37 46		37 46	
22. Juli	32 15		32 2	
23. August	18 19		18 1	
23. September	0 46		0 28	
23. October		18° 1′		18° 19′
22. November		32 2		32 15
21. December		37 46		37 46
20. Januar		32 15		32 2
19. Februar		18 19		18 1

Kennt man die Abendweite an irgend einem Tage, so kann man die Abweichung der Magnetnadel vom Nordpunkte darnach bestimmen.

Vergleicht man diese Weiten mit den in Nr. 11 angeführten Ortschaften (Thürmen) und Horizontalwinkeln, so geht von der Mitte des Schloßthurmes aus betrachtet die Sonne

am 21. März um 40′ südlich vom Reitehof auf und um 3° 52′ nördlich von dem Keller bei Obermedlingen unter;

am 20. April 51′ nördlich vom Kirchthurme zu Lauterbach auf und 46′ nördlich vom Kirchthurme zu Frauenriedhausen unter;

am 21. Mai 1° 18′ südlich vom Schloßthurme zu Höchstädt auf und 2° 54′ nördlich vom Kirchthurme zu Hausen unter;

am 21. Juni 6′ nördlich vom Kirchthurme zu Schwenningen auf und 46′ nördlich vom Kirchthurme zu Wittislingen unter;

am 22. Juli 1° 5′ südlich vom Schloßthurme zu Höchstädt auf und 2° 41′ nördlich vom Kirchthurme zu Hausen unter;

am 23. August 1° 9′ nördlich vom Kirchthurme zu Lauterbach auf und 28′ nördlich vom Kirchthurme zu Frauenriedhausen unter;

am 23. September 22′ südlich vom Reitehof auf und 3° 34′ nördlich vom Keller zu Obermedlingen unter;

am 23. Oktober 6° 27′ südlich vom Pfarrkirchthurme zu Binswangen auf und 2° 19′ südlich vom Pfarrkirchthurme zu Gundelfingen unter;

am 22. November 6° 12′ südlich vom Kirchthurme zu Fristingen auf und 1° 36′ nördlich vom Spitalhof unter;

am 21. December 2° 2′ östlich vom Nordfelderhof auf und 3° 19′ südlich vom Kirchthurme zu Peterswörth unter;

am 20. Januar 6° 25′ südlich vom Kirchthurme zu Fristingen auf und 1° 49′ nördlich vom Spitalhof unter;

am 19. Februar 6° 45′ südlich vom Kirchthurme zu Binswangen auf und 2° 1′ südlich vom Pfarrkirchthurme zu Gundelfingen unter.

17. Sonnenuhr. Sowie die Sonne in ihrem scheinbaren Laufe täglich von Ost nach West sich fortbewegt, ebenso bewegt sich in entgegengesetzter Richtung der Schatten irgend eines undurchsichtigen von der Sonne beschienenen Körpers täglich von West nach Ost, so daß der Schatten zu jeder Stunde des Tages bestimmte Richtungen, doch jede des Tages nur einmal, einnimmt. — Würde man diese Stellungen des Schattens z. B. nach einer richtig gehenden Uhr durch Stifte oder durch Zahlen auf der Auffangsfläche bemerkbar machen, so hätte man ohne alle Mathematik eine, freilich nicht ganz genaue Sonnenuhr.

Will man aber ohne Beihilfe einer Uhr und mit mehr Schärfe zu Werke gehen, so ist vor Allem zu bemerken, daß, da die Sonne täglich, ohne merklichen Fehler, die Peripherie eines Kreises, welcher mit dem Aequator parallel ist, mithin auf der Erdaxe senkrecht steht, um die Erde beschreibt, der Schatten gebende Körper — Stift, Zeiger oder Gnomon genannt — eine der Erdaxe parallele Lage haben müsse, um Regelmäßigkeit und Gleichförmigkeit beim Schattengange zu erzielen. — Denkt man sich ferner durch irgend einen Punkt der Erdoberfläche eine Horizontalebene gelegt, so schneidet diese die Erdaxe unter einem Winkel, welcher der geographischen Breite oder Polhöhe dieses Punktes gleich ist, während eine durch denselben Punkt senkrecht auf die Mittagslinie gelegte Vertikalebene die Erdaxe unter einem der Aequatorshöhe gleichkommenden Winkel schneidet. Daraus gehet hervor, daß bei einer horizontalen Schatten-Auffangsfläche — d. i. bei einer horizontalen Sonnenuhr, der Gnomon unter einem der geographischen Breite gleichen Winkel (φ) und bei vertikaler Auffangsfläche — d. i. bei einer vertikalen Sonnenuhr, unter einem der Aequatorshöhe gleichkommenden Winkel ($90 - \varphi$) an derselben angebracht werden müsse. — Der Gnomon selbst soll gegen sein freies Ende hin ein kleines rundes Loch haben, durch welches die Sonnenstrahlen dringen können und auf der Auffangsfläche ein Sonnenbild entwerfen, dessen Mitte das Ende der in Rechnung zu nehmenden Schattenlänge des Gnomons anzeigt.

Ist sodann durch den Fußpunkt des Gnomons in der Auffangsfläche etwa nach der in Nr. 13 berührten Methode die Mittagslinie gezogen, so kommt Alles darauf an, die Winkel zu wissen, welche um 11 und 1 Uhr, um 10 und 2 Uhr u. s. w. der Schatten des Gnomons auf der Auffangsfläche mit der Mittagslinie macht, welche entweder als solche oder mittelst deren Tangenten genau an der Mittagslinie, sowohl rechts als links aufgetragen werden müssen. — Man findet diese Winkel (σ) aus der geographischen Breite (φ) und dem entsprechenden Stundenwinkel (s)

1) für eine horizontale Sonnenuhr durch die Formel: $\tan \sigma = \sin \varphi \tan s$;

2) für eine vertikale Sonnenuhr, deren Auffangsfläche von der Meridianebene senkrecht geschnitten wird, durch die Formel: $\tan \sigma = \cos \varphi \tan s$;

3) für die vertikale Sonnenuhr, deren Auffangsfläche zugleich unter einem Winkel α von der Mittagsebene geschnitten wird, durch die Formel:

$$\tan \sigma = \frac{\cos \varphi \sin \alpha (\sin \varphi \tan \alpha \tan s - 1)}{\tan s + \sin \varphi \tan \alpha}.$$

Außer diesen drei Arten von Auffangsflächen gibt es deren noch mehrere; allein mich genau und ausführlich über die Construktionen aller Arten von Sonnenuhren zu verbreiten, liegt nicht in meiner Absicht; auch würde es dem Zwecke gegenwärtiger Beschreibung nicht entsprechen. Hinzufügen möchte ich nur noch, daß nach einer für die Construktion einer gewöhnlichen Sonnenuhr hinreichend genauen Messung auf dem Stadtplane von Dilingen der Abweichungswinkel (α) bei der südlichen Mauer des Schloßthurmes 66°, des Pfarrkirchthurmes 76°, der neuen Hauptwache 72°, des Lyceumsgebäudes 101° und der Jesuitenkirche 83° betrage.

Weniger bekannt und nicht minder nützlich dürfte aber die Methode sein, nach welcher auf einer bereits construirten oder erst zu construirenden, horizontalen oder vertikalen Sonnenuhr, an welcher gewöhnlich nur die wahre Mittagszeit der Sonne beobachtet werden kann, auch der Gang der mittlern Sonne oder der mittlern Mittagszeit, welche unsere Räderuhren einhalten sollen, wahrnehmbar ist; — eine Vorrichtung, welche keinem Orte, wo Räderuhren sind, wegen der Regulirung derselben, abgehen sollte.

Der Sonnen- oder wahre Mittag tritt nämlich beim Durchgange des Mittelpunktes der Sonne durch die obere Hälfte des Meridians eines bestimmten Punktes auf der Erde ein. Da aber dieser Durchgang nicht genau nach 24 Stunden sich wiederholt, sondern bald früher bald später erfolgt, so müssen die Räderuhren, weil diese innerhalb 24 Stunden genau 24 Stunden einhalten sollen, nach einer als sich gleichförmig fortbewegend gedachten Sonne — d. i. nach mittlerer Zeit — gehen, darum sind sie mit Hilfe der bei uns nun in jedem Calender ausgesetzten Zeitgleichung, falls ihr Gang, wie gewöhnlich, nicht normal ist, in Bezug auf den wahren Mittag in einem stets gleichförmigen Gange zu erhalten, welche Regulirung aber selbst wieder richtig gehende Räderuhren nebst einer genauen Mittagslinie voraussetzt.

Für unsere geographische Breite hat man bei einer vertikalen Sonnenuhr unter der Voraussetzung, daß die Länge der Sonne täglich um einen Grad zunehme, folgende Berechnungen anzustellen.

a) Man notire sich (vergl. die untenstehende Tabelle) die Tage, an welchen die Zeitgleichung um eine ganze Minute zu- oder abgenommen hat, schreibe die Zeitgleichung selbst daneben und verwandle sie zugleich in Grade und Minuten.

b) Berechne hierauf aus der Schiefe der Ekliptik (ε) und der Länge (λ) der Sonne die Deklination (δ) derselben an diesen Tagen mit Hilfe der Formel $\sin \delta = \sin \varepsilon \sin \lambda$; — oder noch besser, da die Deklination nicht an jedem Tage jedes Jahres dieselbe ist, man nehme das Mittel aus den für vier auf einander folgende Jahre berechneten täglichen Deklinationen.

c) Suche nun in dem sphärischen Dreiecke, welches durch die gegenseitigen Durchschnitte der Mittagsebene, der Ebene des Stundenwinkels und des Scheitelkreises gebildet wird, aus dem bekannten Stundenwinkel (s), dem Abweichungswinkel (α) der Mauer und der geographischen Breite (φ) die Zenithdistanz (μ), sowie die Polardistanz (ν) der Sonne zur Zeit des mittlern Mittags an jenen bemerkten Tagen, wozu die Formeln:

$$\cotang \mu = \frac{\cotg s \cos \alpha + \sin \varphi \sin \alpha}{\cos \varphi} \text{ und } \cotang \nu = \frac{\sin s \tang \alpha + \sin \varphi \cos s}{\cos \varphi} \text{ dienen.}$$

d) Bestimme sodann in jenem geradlinigen Dreiecke, welches der Gnomon und dessen Schatten mit der Richtung der einfallenden Sonnenstrahlen bildet, aus der gegebenen Länge (g) des Gnomons, aus dem bereits gefundenen Winkel (ν) und dem Complementswinkel von der Deklination der Sonne die Länge (γ) des Schattens, welchen der Gnomon an die Mauerfläche wirft, mit Hilfe der Formel

$$\gamma = \frac{g \cos \delta}{\cos (\nu \pm \delta)}.$$

e) Endlich hat man noch in einem ebenen rechtwinkeligen Dreiecke, in welchem die Schattenlänge als Hypotenuse und der eine spitze Winkel μ bekannt sind, die beiden Katheten (Abscisse x und Ordinate y) zu suchen; man findet $x = \gamma \cos \mu$ und $y = \gamma \sin \mu$, oder

$$x = \frac{g \cos \delta \cos \mu}{\cos (\nu \pm \delta)} \text{ und } y = \frac{g \cos \delta \sin \mu}{\cos (\nu \pm \delta)}.$$

f) Die gefundene Abscisse x trage man aus dem Fußpunkte des Gnomons in der gezogenen Mittagslinie auf, bringe an deren Endpunkte die zugehörige Ordinate y rechtwinkelig an, und gebe ihr, je nachdem die Zeitgleichung positiv oder negativ ist, eine östliche oder eine westliche Lage.

g) Endlich vereinige man die Endpunkte aller auf solche Weise erhaltenen Ordinaten, so erhält man eine Figur von der Form eines lang gezogenen etwas ungleichseitigen Achters (8), dessen krumme Linie, wenn sie durch das Schattenende des Gnomons berührt wird, den Mittag nach mittlerer Zeit anzeigt, während durch das Zusammenfallen des Schattens mit der (jene krummlinige Figur beinahe halbirenden) Mittagslinie der wahre oder Sonnenmittag erkannt wird. — Je mehr Abscissen und Ordinaten berechnet und aufgetragen werden, desto genauer wird die krummlinige Figur des mittlern Mittags werden; und um die östliche und westliche Seite, von welchen jene mehr der Frühlings- und Herbstzeit, diese dem Sommer und Winter angehört, von einander besser abstechend zu machen, soll die eine mit schwarzer und die andere mit rother Farbe gezeichnet werden.

Für eine horizontale Sonnenuhr gelten nachstehende ähnliche Formeln:

$$\text{tang } \mu' = \text{tang } s \times \sin \varphi; \quad \text{cotang } \nu' = \cos s \times \text{cotg } \varphi; \quad \gamma' = \frac{g \cos \delta}{\cos (\nu' \pm \delta)};$$

$$x' = \frac{g \cos \delta \cos \mu'}{\cos (\nu' \pm \delta)}; \quad y' = \frac{g \cos \delta \sin \mu'}{\cos (\nu' \pm \delta)}.$$

Um Andere dieser in der That mühevollen Berechnungen zu überheben, habe ich für unsere geographische Breite die Abscissen und Ordinaten sowohl zu einer vertikalen Sonnenuhr ohne Abweichung, als auch zu einer horizontalen berechnet, wobei der Gnomon der Einheit gleichgesetzt ist, und in nachstehender Tabelle die Werthe derselben zusammengestellt. — Hat man aber einen Gnomon von anderer Länge, z. B. von 5 Fuß, so darf man bloß jede Abscisse und Ordinate der Tabelle mit dieser Zahl 5 multipliciren, um die diesem längern Gnomon entsprechenden Abscissen und Ordinaten zu bekommen. Uebrigens muß noch bemerkt werden, daß der Gnomon, damit die krummlinige Figur nicht zu klein werde, wenigstens 8 Fuß lang sein müsse.

Tag.		Zeitgleichung		Deklination der Sonne.	Vertikale Sonnen-Uhr		Horizontale Sonnen-Uhr	
		in Zeit	im Bogen		Abscisse	Ordinate	Abscisse	Ordinate
Juni	15	0	0° 0′	+ 23° 21′	2, 1536	0	1, 0149	0
	20	— 1	— 15	+ 23 27	2, 1562	0, 0062 westl.	1, 0144	0, 0034 westl.
	24	— 2	— 30	+ 23 26	2, 1589	0, 0125	1, 0139	0, 0066
	29	— 3	— 45	+ 23 14	2, 1381	0, 0184	1, 0190	0, 0122
Juli	4	— 4	— 1	+ 22 46	2, 1172	0, 0244	1, 0241	0, 0179
	11	— 5	— 1 15	+ 22 4	2, 0264	0, 0293	1, 0453	0, 0194
	22	— 6	— 1 30	+ 20 12	1, 9750	0, 0342	1, 0664	0, 0209
August	10	— 5	— 1 15	+ 15 27	1, 8365	0, 0264	1, 1255	0, 0182
	16	— 4	— 1	+ 13 41	1, 6981	0, 0196	1, 1846	0, 0155
	20	— 3	— 45	+ 12 18	1, 6528	0, 0145	1, 2123	0, 0118
	24	— 2	— 30	+ 10 56	1, 6075	0, 0093	1, 2401	0, 0081
	28	— 1	— 15	+ 9 33	1, 5663	0, 0046	1, 2668	0, 0040
	31	0	0	8 28	1, 5351	0	1, 2935	0
September	3	+ 1	+ 15	+ 7 22	1, 5056	0, 0047 östl.	1, 3190	0, 0044 östl.
	6	+ 2	+ 30	+ 6 15	1, 4761	0, 0085	1, 3446	0, 0088
	9	+ 3	+ 45	+ 5 7	1, 4483	0, 0124	1, 3727	0, 0135
	12	+ 4	+ 1	+ 3 59	1, 4206	0, 0164	1, 4009	0, 0183
	15	+ 5	+ 1 15	+ 2 50	1, 3985	0, 0201	1, 4272	0, 0234
	18	+ 6	+ 1 30	+ 1 40	1, 3763	0, 0238	1, 4536	0, 0285
	21	+ 7	+ 1 45	+ 30	1, 3481	0, 0271	1, 4922	0, 0343
	24	+ 8	+ 2	— 40	1, 3199	0, 0305	1, 5308	0, 0401
	27	+ 9	+ 2 15	— 1 51	1, 2971	0, 0336	1, 5683	0, 0463

Tag.		Zeitgleichung in Zeit	Zeitgleichung im Bogen	Deklination der Sonne.	Vertikale Sonnen-Uhr Abscisse	Vertikale Sonnen-Uhr Ordinate	Horizontale Sonnen-Uhr Abscisse	Horizontale Sonnen-Uhr Ordinate
September	30	+ 10	+ 2° 30′	— 3° 1′	1, 2743	0, 0368	1, 6057	0, 0526
October	3	+ 11	+ 2 45	— 4 11	1, 2496	0, 0396	1, 6541	0, 0598
	7	+ 12	+ 3	— 5 43	1, 2250	0, 0425	1, 7025	0, 0670
	10	+ 13	+ 3 15	— 6 52	1, 2039	0, 0451	1, 7561	0, 0750
	14	+ 14	+ 3 30	— 8 22	1, 1828	0, 0478	1, 8098	0, 0831
	19	+ 15	+ 3 45	— 10 12	1, 1451	0, 0495	1, 9251	0, 0951
	27	+ 16	+ 4	— 13 0	1, 1074	0, 0513	2, 0403	0, 1071
November	16	+ 15	+ 3 45	— 18 55	1, 0591	0, 0461	2, 2954	0, 1211
	20	+ 14	+ 3 30	— 19 51	1, 0109	0, 0409	2, 5505	0, 1171
	24	+ 13	+ 3 15	— 20 42	1, 0016	0, 0377	2, 6247	0, 1116
	27	+ 12	+ 3	— 21 16	0, 9923	0, 0344	2, 6989	0, 1062
	30	+ 11	+ 2 45	— 21 46	0, 9871	0, 0314	2, 7461	0, 0988
December	2	+ 10	+ 2 30	— 22 4	0, 9819	0, 0284	2, 7932	0, 0915
	4	+ 9	+ 2 15	— 22 21	0, 9779	0, 0255	2, 8323	0, 0833
	7	+ 8	+ 2	— 22 42	0, 9739	0, 0225	2, 8715	0, 0752
	9	+ 7	+ 1 45	— 22 54	0, 9715	0, 0197	2, 8965	0, 0663
	11	+ 6	+ 1 30	— 23 5	0, 9691	0, 0168	2, 9215	0, 0574
	13	+ 5	+ 1 15	— 23 13	0, 9676	0, 0140	2, 9383	0, 0480
	15	+ 4	+ 1	— 23 20	0, 9660	0, 0112	2, 9552	0, 0387
	17	+ 3	+ 45	— 23 24	0, 9650	0, 0084	2, 9671	0, 0293
	19	+ 2	+ 30	— 23 27	0, 9644	0, 0056	2, 9740	0, 0190
	21	+ 1	+ 15	— 23 28	0, 9642	0, 0028	2, 9764	0, 0095
	23	0	0	— 23 27	0, 9644	0	2, 9741	0
	26	— 1	— 15	— 23 22	0, 9655	0, 0028 westl.	2, 9627	0, 0095 westl.
	28	— 2	— 30	— 23 16	0, 9667	0, 0056	2, 9491	0, 0189
	30	— 3	— 45	— 23 9	0, 9682	0, 0084	2. 9334	0, 0290
Januar	1	— 4	— 1	— 22 59	0, 9703	0, 0113	2, 9112	0, 0381
	3	— 5	— 1 15	— 22 48	0, 9727	0, 0141	2, 8873	0, 0470
	5	— 6	— 1 30	— 22 35	0, 9755	0, 0170	2, 8572	0, 0557
	7	— 7	— 1 45	— 22 20	0, 9787	0, 0199	2, 8261	0, 0649
	10	— 8	— 2	— 21 55	0, 9840	0, 0226	2, 7760	0, 0727
	12	— 9	— 2 15	— 21 35	0, 9883	0, 0257	2, 7373	0, 0807
	15	— 10	— 2 30	— 21 4	0, 9950	0, 0287	2, 6799	0, 0878
	18	— 11	— 2 45	— 20 28	1, 0029	0, 0319	2, 6146	0, 0942
	21	— 12	— 3	— 19 49	1, 0115	0, 0351	2, 5499	0, 1003
	26	— 13	— 3 15	— 18 37	1, 0276	0, 0386	2, 4382	0, 1036
Februar	1	— 14	— 3 30	— 16 59	1, 0585	0, 0429	2, 2757	0, 1039
	10	— 15	— 3 45	— 14 13	1, 0895	0, 0473	2, 1133	0, 1040
	20	— 14	— 3 30	— 10 47	1, 1265	0, 0459	1, 9580	0, 0904
	27	— 13	— 3 15	— 8 12	1, 1829	0, 0445	1, 8027	0, 0768
März	4	— 12	— 3	— 6 11	1, 2136	0, 0421	1, 7324	0, 0684
	8	— 11	— 2 45	— 4 38	1, 2444	0, 0396	1, 6622	0, 0599
	12	— 10	— 2 30	— 3 19	1, 2743	0, 0366	1, 6169	0, 0531
	15	— 9	— 2 15	— 1 58	1, 2941	0, 0336	1, 5716	0, 0463
	18	— 8	— 2	— 0 42	1, 3246	0, 0305	1, 5261	0, 0401
	22	— 7	— 1 45	+ 0 52	1, 3551	0, 0274	1, 4806	0, 0339
	25	— 6	— 1 30	+ 2 3	1, 3803	0, 0239	1, 4553	0, 0285
	28	— 5	— 1 15	+ 3 14	1, 4037	0, 0203	1, 4201	0, 0232
	31	— 4	— 1	+ 4 23	1, 4325	0, 0165	1, 3894	0, 0183
April	4	— 3	— 45	+ 5 40	1, 4613	0, 0127	1, 3587	0, 0133
	7	— 2	— 30	+ 7 3	1, 4989	0, 0085	1, 3253	0, 0088
	11	— 1	— 15	+ 8 32	1, 5369	0, 0044	1, 2919	0, 0042
	15	0	0	+ 9 59	1, 5786	0	1, 2602	0

Tag.		Zeitgleichung		Deklination der Sonne.	Vertikale Sonnen-Uhr		Horizontale Sonnen-Uhr	
		in Zeit	im Bogen		Abscisse	Ordinate	Abscisse	Ordinate
April	19	+ 1	+ °15′	+ 11° 23′	1, 6274	0, 0048 östl.	1, 2286	0, 0052 östl.
	24	+ 2	+ 30	+ 13 .3	1, 6762	0, 0097	1, 1971	0, 0104
	30	+ 3	+ 45	+ 14 57	1, 7352	0, 0158	1, 1441	0, 0124
Mai	14	+ 4	+ 1	+ 18 46	1, 9041	0, 0220	1, 0912	0, 0143
	29	+ 3	+ 45	+ 21 43	2, 0062	0, 0171	1, 0589	0, 0105
Juni	5	+ 2	+ 30	+ 22 37	2, 1082	0, 0122	1, 0267	0, 0067
	10	+ 1	+ 15	+ 23 4	2, 1358	0, 0062	1, 0195	0, 0033

18. Gestirne. Unser Horizont macht mit der Erd-, mithin auch mit der Himmelsaxe, indem diese nur die verlängerte Erdaxe ist, einen Winkel von 48° 34′ 35″; es liegt also der Nordpol des Himmels ebenfalls 48° 34′ 35″ über unserm Horizonte. — Um diesen Pol, als den allein unbeweglichen Punkt, kreisen die Sterne bald in größern bald in kleinern Peripherien, von welchen jene Sterne, deren Abstand vom himmlischen Nordpole weniger als unsere Polhöhe beträgt, nie unter den Horizont tauchen, und darum Circumpolarsterne heißen; dagegen tauchen alle Sterne, welche nicht über 48° 34′ 35″ vom himmlischen Südpole entfernt sind, weil dieser eben so tief unter, als der Nordpol über unserm Horizonte sich befindet, nie über denselben auf, bleiben für uns immer unsichtbar und heißen die südlichen Circumpolarsterne. — Alle andern oder die Nichtcircumpolarsterne erheben sich, weil Dilingen in der schiefen Himmelssphäre sich befindet, unter schiefen Winkeln über den Horizont, und steigen am Himmelsgewölbe um so höher hinauf, je geringer ihr Abstand von unserm Zenithalkreise ist. — Durch unser Zenith oder durch den Pol unseres Horizontes passiren jene Sterne, welche sich in einem Abstande von 41° 25′ 25″ vom Nordpole um diesen bewegen.

Unser Zenithalkreis berührt nämlich am Himmelsgewölbe fast die Finger von der linken Hand der Andromeda, geht nahe an dem Haupte der Cassiopeja vorbei, dann durch die Zehen von dem linken Fuße der Andromeda; eintretend in die Milchstrasse berührt er das Antlitz des Perseus und streicht an dem hellen Stern Algenib im Perseus und, indem er die Milchstrasse verläßt, etwas mehr nördlich an der Capella vorbei; geht dann durch den Hals des Zickleins und des Fuhrmanns, durch den rechten Vorderfuß des Luchses, durch die beiden Vorderfüße und die Hinterschenkel des großen Bären, durch den Kopf des einen Jagdhundes, Asterion, und nahe südlich an dem vordersten Stern der Deichsel des Heerwagens — oder, was dasselbe ist, der Schwanzspitze des großen Bären, welche der Stern Benetnasch (η) bildet — vorbei, sodann durch den emporgehobenen Vorderarm des Bootes (λ), durch den südlichen Rand des Mauerquadranten, durch das rechte Knie des Herkules, nahe südlich an den zwei hellen Sternen (β und γ) am Kopfe des Drachen, indem er den linken Fuß des Herkules berührt, den schönen Stern Wega in der Leyer südlich läßt, hierauf durch den linken Flügel und linken Fuß des Schwanes, nördlich an dem Sterne Deneb vorbei geht und, indem er den Hintertheil des Schwanes, die Milchstrasse und den Kopf der Eidechse durchschneidet, beinahe den südlichen Rand von der Krone der Friedrichsehre berührt.

Die übrigen noch nicht genannten, bei uns während des Verlaufes eines Jahres sichtbaren Sternbilder sind a) innerhalb des Zenithalkreises: Kleiner Bär, Rennthier, Erntehüter, Cameolopard, Cepheus; b) außerhalb desselben und zwar in der Ordnung, daß die demselben nähern den entferntern voranstehen: Haupthaar der Bernice, kleiner Löwe, Herschels Telescop, Zwillinge, Fliege, die beiden Triangel, Fuchs und Gans, nördliche Krone, Jungfrau, großer Löwe, Krebs, kleiner Hund, Stier, Orion, Widder, Fische, Pegasus, Füllen, Delphin, Adler, Poniatowskischer Stier, Ophiuchus, Berg Mänalus, Rabe, Becher, Sextant, große Wasserschlange, Katze, Einhorn, Buchdruckerwerkstätte, großer Hund, Hase, Brandenburger-Scepter, Eridanus, Georgs Harfe, Wallfisch, Wassermann, Steinbock, Antinous, Sobieskischer Schild, Scorpion, Wage, Luftpumpe, Compas und Logleine, Schiff Argo, Taube, Grabstichel, Chemischer Apparat, Elektrisirmaschine, Bildhauerwerkstätte, südlicher Fisch, Luftballon, Kopf des Kranichs, Mikroscop, Schütze, südliche

Krone, astronomisches Fernrohr, Lineal, Wolf, Vogel-Einsiedler, Centaur. Auf diese Weise bleiben uns während eines Jahres von den sämmtlichen Sternbildern nur etwa 24 ganz unsichtbar.

In Betreff der nähern Beschreibung der genannten Sternbilder müssen wir aus Mangel an Raum etwa auf „Bode's Anleitung zur Kenntniß des gestirnten Himmels," oder auf „Dr. H. Schubert's Lehrbuch der Sternkunde für Schulen und zum Selbstunterrichte" verweisen, und behalten uns nur noch vor, den Polarstern etwas näher zu bestimmen.

Der Polarstern, d. h. jener Stern zweiter Größe, welcher sich sehr nahe an dem nördlichen Himmelspole befindet, hat, indem er jetzt fast 1½ Grad oder 3 Vollmondsbreiten (die Breite des Vollmondes, d. h. sein scheinbarer Durchmesser, nimmt beinahe einen halben Grad am Himmelsgewölbe ein) davon absteht, seine Lage am Ende des Schwanzes vom kleinen Bären, und wird nahezu von jener geraden Linie berührt, welche durch die beiden Hinterräder (Stern α und β, oder Dubhe und Merak) des Heerwagens (des großen Bären), der durch 7 helle Sterne zweiter Größe, von welchen vier ein länglichtes Viereck und die übrigen drei einen auf- oder polwärts gekrümmten Bogen bilden, sehr leicht zu erkennen ist.